



关节一 数与式的三项要点

第一编 核心知识的再提升

- 任何教学问题的解决都必以核心知识为基础。
- 对知识的掌握是有层次高低之别的，只有上升到“原理”层次的知识掌握，才能得心应手发挥作用。

“数与式”是初中数学的核心内容之一，不但在各中考试卷中占有相当比重，更重要的是它的作用体现与融合在诸多知识运用之中，其中三项要点，尤望同学们掌握与用好。

- 要点一、准确与灵活是“运算”之魂；
 要点二、深入把握“数”、“式”的性质；
 要点三、善于将情景中的数量或数量关系抽象为代数式；

一、准确与灵活是“运算”之魂

1、灵活运用运算法则，运算律和运算性质

对以个几道中考试题，我们给出新的解法，请同学们感悟“灵活”的意义和作用。

例1 化简： $\frac{1}{2x} - \left(\frac{x+y}{2x} - x - y \right) \div (x+y)$

解：原式 = $\frac{1}{2x} - \left(\frac{x+y}{2x} \cdot \frac{1}{x+y} - \frac{x+y}{x+y} \right) \dots\dots$ （先把除法转换成乘法，再用分配律乘入括号内）

$$= \frac{1}{2x} - \frac{1}{2x} + 1 = 1$$

例2 计算： $\frac{a+1}{a^2+2a} \cdot \left(\frac{a^2}{a-2} - \frac{4}{a-2} \right)$

解：原式 = $\frac{a+1}{a(a+2)} \cdot \frac{1}{a-2} (a^2-4) \dots\dots$ （先从括号内提出“公因式 $\frac{1}{a-2}$ ”而后约分）

$$= 1 + \frac{1}{a}$$

例3 已知 x 是一元二次方程 $x^2 + 3x - 1 = 0$ 的实数根，求代数式 $\frac{x-3}{3x^2-6x} \div \left(x+2 - \frac{5}{x-2} \right)$ 的值。

解：原式 = $\frac{x-3}{3x} \div (x^2-9) \dots\dots$ （除式和被除式同乘以 $x-2$ ）



$$= \frac{1}{3(x^2 + 3x)} = \frac{1}{3} \dots\dots (\text{因为 } x^2 + 3x = 1)$$

以上三题是中考题，也都是较容易的题，从每一道题的解法可以看出：越是能适时而恰当运用“运算律”，“公式”“性质”等，则越可使运算步骤减少，过程简化。所以，越是善于将算法、算律、公式、性质联合运用，越能提高运算的准确性和过程的简约性。

2、善于把“非标准”算式转化为“标准”算式

中考试题中不少数、式运算问题以“非标准”形式给出，解决的基本过程是先将其转化为“标准”算式，然后计算。而这个“转化”就提高了对灵活性和准确性的要求。

例4 在实数的原有运算法则基础上我们又定义运算“ $\oplus$ ”如下：

当 $a \geq b$ 时， $a \oplus b = b^2$ ；当 $a < b$ 时， $a \oplus b = a$ 。

则当 $x = 2$ 时， $(1 \oplus x) \cdot x - (3 \oplus x)$ 的值为_____（“ $\cdot$ ”和“ $-$ ”仍为实数运算中的乘号和减号）

[观察与思考]根据对新运算 $\oplus$ 的规定，当 $x = 2$ 时有

$$(1 \oplus x) \cdot x - (3 \oplus x) = (1 \oplus 2) \cdot 2 - (3 \oplus 2) = 1 \cdot 2 - 2^2 = -2 \quad \text{解：} \underline{-2}$$

可以看出，不管新运算规定得多么新奇，它总是通过原有的运算来表达的。因此，解这类问题的基本过程是：先按新运算的规定转化成原来的运算，再按原来的运算计算出结果。这“两步走”检验着我们是否很好地理解和掌握了“算法”的意义

例5 按下列程序计算，把答案写在表格内：

$n \longrightarrow \text{平方} \longrightarrow +n \longrightarrow \div n \longrightarrow -n \longrightarrow \text{答案}$

(1) 填写答案：

输入 n	3	$\frac{1}{2}$	-2	-3	
输出答案	1			1	

(2) 请将题中计算程序用代数式表达出来，并给予化简。

[观察与思考]经过审题之后，我们会发现，可以先解答第(2)问，因为将相应代数式得出化简之后，就使(1)变成已熟悉的代数式求值问题了。

解：(1)在输出答案的各栏中均填 1.



(2)对应的代数式应为: $\frac{n^2+n}{n} - n$, 化简后为 1.

例6 如图1-----1, D, E 分别是 $\triangle ABC$ 的边 BC 和 AB 上的点, $\triangle ABD$ 与 $\triangle ACD$ 的周长相等, $\triangle CAE$ 与 $\triangle CBE$ 的周长相等, 设 $BC = a, AB = b, AC = c$.

(1) 求 AE 和 BD 的长;

(2) 若 $\angle BAC = 90^\circ$, $\triangle ABC$ 的面积为 S, 求证: $S = AE \cdot BD$

[观察与思考] 本题表面上是图形问题, 但实质是式的运算.

解: (1) $\because \triangle ABD$ 与 $\triangle ACD$ 的周长相等, $BC = a, AC = b, AB = c$

$$\therefore AB + BD = AC + CD = \frac{a+b+c}{2}; \therefore BD = \frac{a+b+c}{2} - c = \frac{a+b-c}{2}$$

$$\text{同理 } AE = \frac{a-b+c}{2}.$$

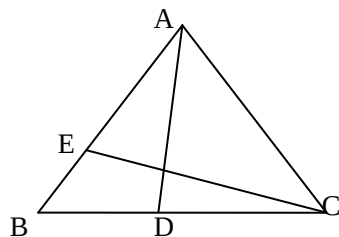
$$(2) \because \angle BAC = 90^\circ, \therefore a^2 = b^2 + c^2, S = \frac{1}{2}bc.$$

$$\text{由(1)知 } AE \cdot BD = \frac{a-b+c}{2} \times \frac{a+b-c}{2} = \frac{a^2 - (b-c)^2}{4}$$

$$= \frac{1}{4}(a^2 - b^2 - c^2 + 2bc) = \frac{1}{2}bc.$$

即 $S = AE \cdot BD$.

由以上几例可以看出:



数与式的运算能力, 更体现于把“非标准”算式转化为“标准”算式, 这就要求我们对运算的意义和作用, 有更深刻的认识

二、深入把握“数”、“式”的性质

1、用活数的构成和表示

例1 计算: $2^1 - 1 = 1, 2^2 - 1 = 3, 2^3 - 1 = 7, 2^4 - 1 = 15, 2^5 - 1 = 31, \dots$ 归纳各计算结果中的个位数字规律, 猜测

$2^{2008} - 1$ 的个位数是 ()

A、1 B、3 C、7 D、5

[观察与思考] 这实际是考查 2^n (n 为正整数) 的个位数的出现规律, 因为有: 2^1 的个位数是 2; 2^2 的个位数是 4;

2^3 的个位数字是 8; 2^4 的个位数字是 6; 2^5 的个位数字是 2, $\dots$ 可见, $2^n = 2^{4m+r}$ (其中 m 是非负整数且 $1 \leq r \leq 4$)



时, 2^n 的个位数字与 $2r$ 的个位数字是一样的。现在 $2^{2008} = 2^{4 \times 501 + 4}$, 即 2^{2008} 的个位数字等于 2^4 的个位数字, 即 6, 当然 $2^{2008} - 1$ 的个位数字就是 5。

解: 选 D

【说明】 本题的解答是以对 2^n 的个位数字及循环情况分类认识与把握为基础的。

例 2 如果一个数等于它的不包括自身的所有因数之和, 那么这个数就叫完全数。例如, 6 的不包括自身的所有因数为 1, 2, 3. 而且 $6=1+2+3$, 所以 6 是完全数。大约 2200 多年前, 欧几里德提出: 如果 $2^{n-1} \cdot (2^n - 1)$ 是一个完全数, 请你根据这个结论写出 6 之后的下一个完全数_____。

【观察与思考】 设 $2^n - 1$ 是质数 3, 7, ..., 则 $2^n - 1 = 3$ 时, $n = 2$; $2^{2-1} \cdot (2^2 - 1) = 6$; $2^n - 1 = 7$ 时, $n = 3$;

$$2^{3-1} \cdot (2^3 - 1) = 4 \times 7 = 28.$$

解: 28

【说明】 因数、质数等的概念的掌握和运用是本题获解的基础。

例 3: 老师在黑板上写出三个算式: $5^2 - 3^2 = 8 \times 2$, $9^2 - 7^2 = 8 \times 4$, $15^2 - 3^2 = 8 \times 27$, 王华接着又写了两个具有同样规律的算式: $111^2 - 5^2 = 8 \times 12$, $15^2 - 7^2 = 8 \times 22$,

- (1) 请你再写出两个 (不同于上面算式) 具有上述规律的算式;
- (2) 用文字写出反映上述算式的规律;
- (3) 证明这个规律的正确性。

【观察与思考】 由题目条件提供的 5 个等式, 根据我们对整数性质的掌握, 可以知道本题要揭示的就是“任意两个奇数的平方差, 都是 8 的倍数”。那么, 任意两个奇数该如何用式子表示, 就是解决本题的基础准备。

解: (1) 如 $7^2 - 1^2 = 8 \times 6$, $25^2 - 15^2 = 8 \times 50$ 等等

(2) 规律为: 任意两个奇数的平方差都等于 8 的倍数。

(3) 证明: 两个奇数可表示为 $2m+1$ 和 $2n+1$ (其中 m 和 n 都是非负整数), 则

$$(2m+1)^2 - (2n+1)^2 = 4(m-n)(m+n+1).$$

当 m 和 n 同是奇数或偶数时, $m-n$ 一定为偶数, 所以 $4(m-n)$ 一定是 8 的倍数。

当 m 和 n 一奇一偶时, 则 $m+n+1$ 一定为偶数, 所以 $4(m+n+1)$ 一定是 8 的倍数。

所以, 任意两个奇数的平方差都是 8 的倍数。

【说明】 本题的顺利获解是基于这样两点: 第一, 能从提供的五个等式中归纳概括出规律, 而这必须对整数及其性质有深刻的认识; 第二, 恰当地运用“式子”表示出“任意两个奇数”。

2、用活“数”、“式”的大小关系

例 4 估算 $\sqrt{24} + 3$ 的值 ()

- A、在 5 和 6 之间 B、在 6 和 7 之间 C、在 7 和 8 之间 D、在 8 和 9 之间



【观察与思考】本题实际上是考查 $\sqrt{24}$ 在哪两个整数之间，思考过程可以是这样的：

$$\because 16 < 24 < 25, \therefore 4 < \sqrt{24} < 5, \therefore 7 < \sqrt{24} + 3 < 8$$

解：应选 C。

【说明】这里的估算依据是正整数间的大小关系经开方运算所导致的实数间的大小关系。

例 5 设 a 是大于 1 的实数， $a, \frac{a+2}{3}, \frac{2a+1}{3}$ 在数轴上对应的点分别标为 A, B, C，则 A, B, C 三点在数轴上自左自右的顺序是（ ）

A、C, B, A B、B, C, A C、A, B, C D、C, A, B

【观察与思考】方法一（性质推导法）

$$\because a > 1, \therefore 3a = 2a + a > 2a + 1 = a(a+1) > a+2.$$

$$\therefore a = \frac{3a}{3} > \frac{2a+1}{3} > \frac{a+2}{3}, \therefore \text{数轴上的点自左自右应为 B, C, A.}$$

方法二（特数值法）

$$\text{可设 } a = 3, \text{ 则 A, B, C 表示的数为 } 3, \frac{5}{3}, \frac{7}{3}, \text{ 当然有 } \frac{5}{3} < \frac{7}{3} < 3.$$

解：应选 B。

【说明】由本题可以看出，数与式的大小问题，都是以实数的大小关系为基础的，所以，掌握实数的大小关系，是非常重要的。

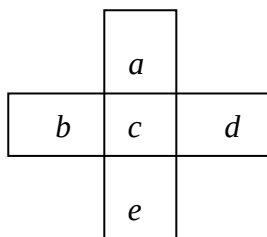
启示：掌握数，式的构成（即用其他需要的方法表示它）和掌握数，式的大小关系（基本不等关系和在此基础上再经运算的不等关系），是进一步研究和运用数与式的重要根据。

三、善于将情景中的数量或数量关系抽象为代数式

列式，即将某一情景中蕴含的数量或数量关系，用式表示出来，这是用数学研究该情景问题的基础，也是用式，方程（不等式）、函数解决实际问题的起始步骤，其作用的重要性不言而喻，学习好“数与式”，应把善于列式放在第一位。

1、图示化情景的列式

例 1 如图，表中的数据是按一定规律排列的，从中任意框出五个数字，请你用含其中一个字母的代数式表示 a, b, c, d, e 这五个数字和为 _____



五个数字，请你用含其中一

【观察与思考】选 C 最好，因 $a = c - 8, e = c + 8, b = c - 1, d = c + 1$. 可知有

解： $5c$

【说明】本题可有多种表示法。

1	2	3	4	5
9	10	11	12	13
17	18	19	20	21
25	26	27	28	29
33	34	35	36	37
41	42	43	44	45



例2 生活中，有人喜欢把传送的便条折成形状，折叠过程是这样的（阴影部分表示纸条的反面）：

如果由信纸折成的长方形纸条（图①）长为 26cm ，宽为 $x\text{cm}$ ，分别回答下列问题：

（1）为了保证能折成图④的形状（即将纸条两端均超过点P），试求 x 的取值范围。

（2）如果不但要折成图④的形状，而且为了美观，希望纸条两端超过点P的长度相等，即最终图形是轴对称图形，试求在开始折叠时起点M与点A的距离（用 x 表示）

【观察与思考】关键是看到叠成的五边形，每边的长都为原纸条的宽。

解：（1）由折纸过程知 $0 < 5x < 26$, $\therefore 0 < x < \frac{26}{5}$

（2）要图④为轴对称图形，则应 $AM = \frac{26-5x}{2} + x = 13 - \frac{3}{2}x$ 。即点M与点A的距离是 $(13 - \frac{3}{2}x)\text{cm}$

可以看出：图示化情景的列式，要从图示的特征（如例1中每列，每行相邻两数的关系，例2的等边五边形等）出发，再结合要求才容易列出相应的代数式。

2、文字语言情景的列式

对于较为复杂的文字语言情景的列式，可采用“逐步抽象法”。

例3 一种商品的成本为 a 元，按成本增加 25% 作为销售定价，后因库存积压减价，按定价的 9 折售出，这种商品可盈利多少元？

【用“逐步抽象法”思考列式】

第一步，从问题情景中，确定出“盈利数额”（所列出的表达对象）的基本表示法：

盈利数额 = 售出价 - 成本价

第二步，将表示法中的各项逐步用已知的数量取代，即

盈利数额 = 售出价 - 成本价

↓ ↓
定价 × 90% a
↓ ↓

$a(1+25\%)$

逐步用已知的数量表示

第三步，整理合成，得“盈利数额”的代数式为： $a(1+25\%) \cdot 90\% - a$

所谓借助于“逐步抽象法”列式，就是不急于一下子写出列的列子，而是如上边的例子那样，先确定出所求式子的基本表示，如上例的盈利数额 = 售出价 - 成本价（可用文字，数字，字母，混合的形式表示），然后对其中的每一项逐步拆解，依次用题目中提供的已知数量来替换，最后再以相反的过程“代入”，即得要求的式子。可以看出，用“逐步抽象法”列式，给出了一个可以依循的思考层次和步骤，有助于准确，进而迅速地列出式子。

例4 某同学上学时步行，回家时乘车，路上共用 90 分钟；若往返都乘车，则共用 30 分钟，那么，如果往返都步行，需要的时间是多少呢？

【用“逐步抽象法”思考列式】



第一步，先找到“步行一个单程所需的时间”的基本表示法：

$$(\text{步行一个单程所需的时间}) = (\text{上学时步行而回家时乘车所需要的时间}) - (\text{乘车一个单程所需的时间})$$

第二步，将上述表示法中的各项
用已知数量逐步替换：



90

 $30 \div 2$

第三步，整理合成，得一个单程步行所需要的时间为 $90 - 30 \div 2$

所以，往返都步行所需的时间为 $2 \times (90 - 30 \div 2)$ 分钟，即 150 分钟。

方法二：

第一步，根据题意有

$$(\text{往返都步行所需时间}) = (\text{上学时步行而回家时乘车所需要的时间}) \times 2 - (\text{往返乘车一个来回所需的时间})$$



90



30

第二步，将表示法中的各项用已知
数量逐步替换：

第三步，整理合成，得 $90 \times 2 - 30 = 150$ （分钟）

【说明】对于比较简单的问题，或对上述的思考过程已经运用的比较熟练和准确后，则像例 5 中框中的部分，只在头脑中运用即可。

用“逐步抽象法”也可以帮助更好地列出方程（不等式）和函数关系式。

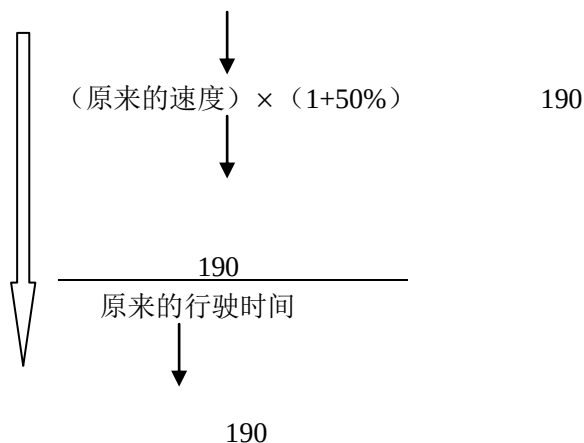
例6 A, B 两地间的铁路长为 190 千米，通过路的改造和机车的改进，使两地间客车行驶速度提高了 50%，运行时间比原来缩短了 38 分钟，现在从 A 地到 B 地需要多少小时？

【“用逐步抽象法”思考列方程】

第一步，反映全局的相等关系是：“现在客车的行驶速度 $\times$ 现在所需的行驶时间 = 全路程，”，而“欲求的数量”是“现在所需的行驶时间”。

第二步， $(\text{现在客车的行驶速度}) \times (\text{现在需要的行驶时间}) = \text{全路程}$

表示「将各项均由已知数量和「现在所需行驶时间」来





$$\text{现在所需的行驶时间} + \frac{38}{60}$$

“相等关系”均用已知数量和“欲求的数量”（现在所需的行驶时间）来表示了出来。

第三步，整理合成，设现在从 A 地到 B 地需要 x 小时，得方程

$$\frac{190}{x + \frac{38}{60}} \times (1 + 50\%)x = 190$$

$$\text{解得 } x = \frac{19}{15} \text{ (小时)}$$

用“逐步抽象法”的思考来列方程，可以归结为如下的三大步骤：

第一步，根据问题情景，确定出反映全局的相等关系和将要作为方程未知数的“欲求数量”；

第二步，由确定的相等关系出发，逐步将其中各项用已知数量和“欲求数量”所表示；

第三步，整理合成，得到完整的方程。

例 6 为了防止水灾后的疫情发生，决定将甲、乙两医药仓库的某药品的 80 箱和 70 箱，送给灾区 A 县 100 箱，B 县 50 箱。从甲、乙两仓库运往 A 县和 B 县的运费情况如下表：

(1) 若设甲仓库运往 A 县的药品箱数为 x ，总运费为 y 元，请写出 y 与 x 的函数关系式；

(2) 这 150 箱药品如何调配运送，既能按要求的数量配发，又能使总费最低？

到站	费用（元/桶）	
	甲库	乙库
A 县	7	4
B 县	5	10

【用“逐步抽象法”思考】我们用（甲 $\longrightarrow$ A）表示由甲仓库运往 A 县的药品箱数（其他情况用类似的方式表示），本题就是以（甲 $\longrightarrow$ A）作为自变量，用它的代数式把总运费表示出来，根据题意有

(1) 总运费 = $7 \times (\text{甲} \longrightarrow \text{A}) + 10 \times (\text{乙} \longrightarrow \text{A}) + 5 \times (\text{甲} \longrightarrow \text{B}) + 4 \times (\text{乙} \longrightarrow \text{B})$ (※)

现设（甲 $\longrightarrow$ A）为 x ，则（乙 $\longrightarrow$ A）= $100 - x$ ，

（甲 $\longrightarrow$ B）= $80 - x$ ，（乙 $\longrightarrow$ B）= $70 - (100 - x)$

代入（※）式，即得

$$\begin{aligned} y &= 7x + 10(100 - x) + 5(80 - x) + 4[70 - (100 - x)] \\ &= -4x + 1280 \end{aligned}$$

因为甲仓库有药品 80 箱，而 B 县从中最多要 50 箱，所以，由甲仓库运往 A 县的药品箱数 x 必须满足 $30 \leq x \leq 80$ 总费用 y 关于 x 的函数为

$$y = -4x + 1280 (30 \leq x \leq 80)$$

(2) 由于 $y = -4x + 1280$ 中， x 项的系数为 $-4 < 0$ ，可知 y 的值随 x 的值的增大而减小，所以，当 x 在 $30 \leq x \leq 80$



的范围内取最大值 80 时, y 取得最小值 $= -4 \times 80 + 1280 = 960$ (元)

这时的配送方法是:

(甲 $\longrightarrow$ A) = 80, (甲 $\longrightarrow$ B) = 0,

(乙 $\longrightarrow$ A) = $100 - 80 = 20$, (乙 $\longrightarrow$ B) = $70 - (100 - 80) = 50$

【说明】在这里, 先确定出“总费用”(即函数 y) 的基本表达式(可结合文字叙述来表示), 再逐步将其中的各项都用已知数量和“甲仓库运往 A 县的箱数”(即 x) 表示出来, 这就是“逐步抽象法”在列函数关系式的基本运用方式。

善于列式是数学能力高的重要标志之一, 我们介绍的“逐步抽象法”只是对列式思考的一种规范和指引, 希望同学们能创造性的理解和运用, 以便更有效地提高列式的能力。

练习题

1、请寻找最简约的解法:

(1) 若 $a = \sqrt{2}$, 求值: $\left(\frac{1}{a-1} - \frac{1}{a+1}\right) \cdot \frac{a^2-1}{a}$

(2) 能将 $(-8)^{2008} + (-8)^{2007}$ 整除的是 ()

A、3

B、5

C、7

D、9

(3) 先化简, 再求值 $(x+1 - \frac{15}{x-1}) \div \frac{x-4}{x-1}$, 其中 $x = 5\sqrt{2} - 4$

2. 用“ $\square$ ”定义新运算: 对于任意实数 a, b , 有 $a \square b = b^2 + 1$ 。例如, $7 \square 4 = 4^2 + 1 = 17$, 那么 $5 \square 3 =$ _____ ;

当 m 为实数时, $m \square (m \square 2) =$ _____ 。

3、我们常用的数是十进制的数, 而计算机程序处理中使用的是只有数码 0 和 1 的二进制数。这两者可以相互换算, 如将二进制数 1101 换算成十进制数应为 $1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 13$, 按此方式, 如将十进制数 25 换算成二进制数应为 _____ 。

4、任何一个正整数 n 都可以进行这样的分解: $n = s \times t$ (s, t 是正整数, 且 $s \leq t$), 如果 $p \times q$ 在 n 的所有这种分解中

两因数之差的绝对值最小, 我们就称 $p \times q$ 是 n 的最佳分解, 并规定: $F(n) = \frac{p}{q}$ 。例如 18 可以分解成 $1 \times 18, 2 \times 9, 3 \times 6$

这三种, 这时就有 $F(18) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ 。给出下列关于 $F(n)$ 的说法:

(1) $F(2) = \frac{1}{2}$; (2) $F(24) = \frac{3}{8}$; (3) $F(27) = 3$; (4) 若 n 是一个完全平方数, 则 $F(n) = 1$ 。其中正确廉洁的

个数是 ()



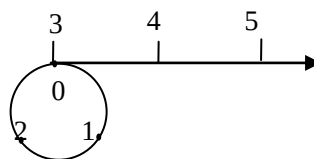
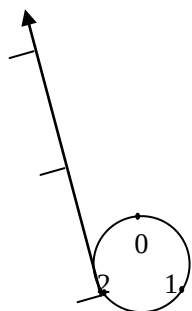
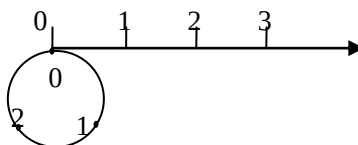
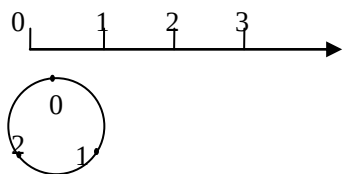
A、1 B、2 C、3 D、4

5、给定下面一系列分式： $\frac{x^3}{y}, -\frac{x^5}{y^2}, \frac{x^7}{y^3}, -\frac{x^9}{y^4}, \dots$ (其中 $x \neq 0$)

(1) 把任意一个分式除以前面一个分式，你发现了什么规律？

(2) 根据你发现的规律，试写出给定的那列分式中的第7个分式。

6、如下图所示，按下列方法将数轴的正半轴绕在一个圆（该圆的周长为3个单位长，且在圆周的三等分点处分别标上了数字0，1，2）上：先让原点与圆周上数字0所对应的点重合，再将正半轴按顺时针方向绕在该圆周上，使数轴上1，2，3，4，……所对应的点分别与圆周上1，2，0，1，……所对应的点重合，这样，正半轴上的整数就与圆周上的数字建立了一种对应关系。



(1) 圆周上的数字 a 与数轴上的数 5 对应，则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

(2) 数轴上的一个整数点刚刚绕过圆周 n 圈（ n 为正整数）后，并落在圆周上数字 1 所对应的位置，这个整数是 $\underline{\hspace{2cm}}$ （用含 n 的代数式表示）

7、每千克 a 元的糖果 m 千克与每千克 b 元的糖果 n 千克混合，成为杂拌糖，这种杂拌糖的每千克售价应为多少元？

8、铁路旁有一与之平行的小路，小路上有一人步行与一人骑自行车沿相同方向行进，步行人的速度是 3.6 千米/小时，骑车人的速度是 10.8 千米/小时，有一辆火车从他们的背后开过来，火车通过步行人用了 22 秒，通过骑车人用了 26 秒，求火车车身的长度。



9、一报刊销售厅从报社订购某晚报的价格是每份 0.7 元，销售价是每份 1 元，卖不掉的报纸可以以每份 0.4 元的价格退回报社。在一个月內（按 30 天计），有 20 天可以卖出 100 份，其余 10 天只能卖出 60 份，但每天报亭从报社订购的份数必须相同，若设报亭每天从报社订购报纸的份数为 x ，每月由此获得的利润为 y 元。

- （1）写出 y 与 x 之间的函数关系式，并指出自变量 x 的取值范围；
- （2）当 x 取何值时，可使利润 y 取得最大值，最大利润为多少元？